Enseigner les fractions
ESPE

Mercredi 23 janvier 2019

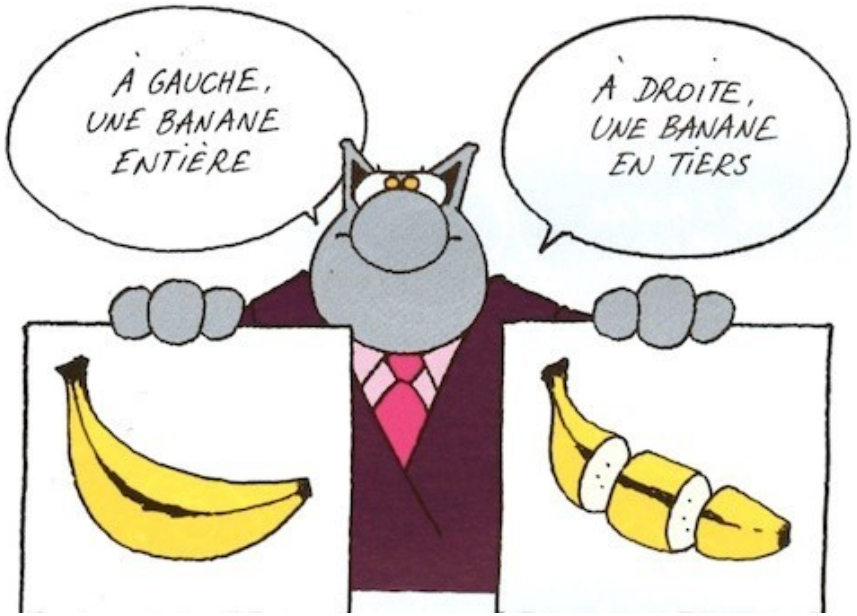
académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE



www.ac-dijon.fr

Déroulement de la formation

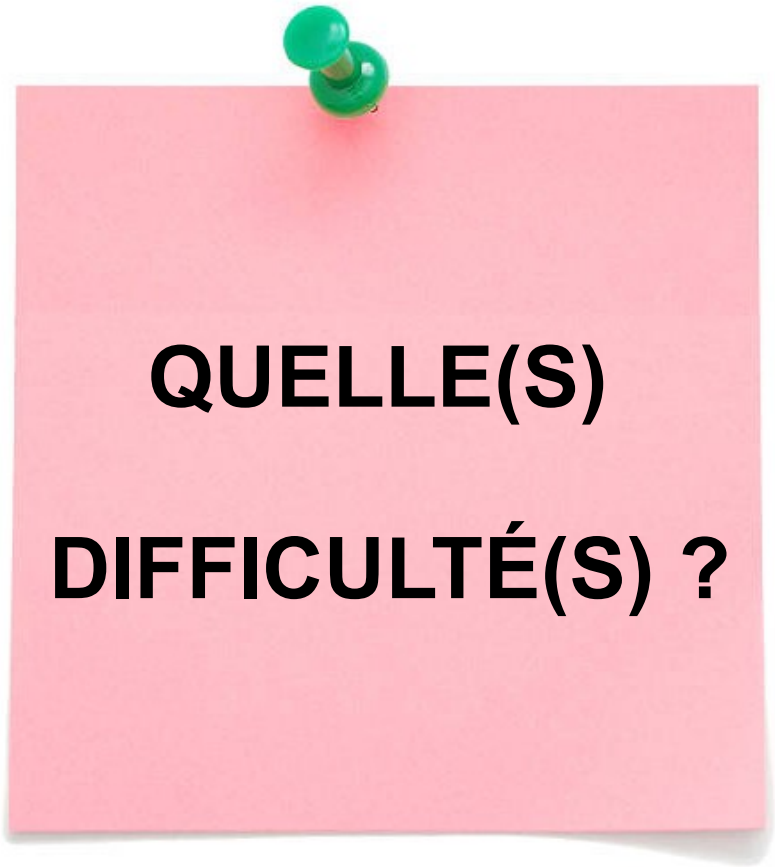
- Les fractions dans vos classes
- Quizz
- Ce qu'en disent les chercheurs et les textes : conférence Jean Toromanoff, références et ressources

- L’utilisation de matériel : quel intérêt ? Quels usages ?
- Conclusion

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Enseigner les fractions



Petite histoire des fractions

En Mésopotamie

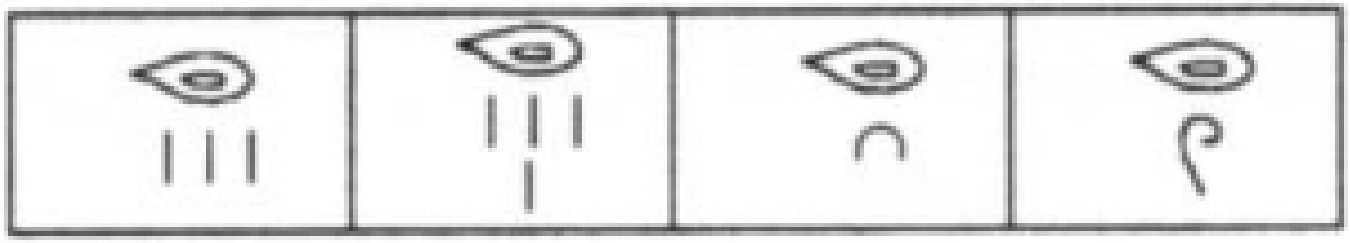
Vers 3000 avant J.C., dans la région de Sumer apparaissent les premières représentations de fractions pour des cas particuliers : 1/120 ;1/60 ;1/30 ;1/10 ; 1/5.

	VALEURS
	$\frac{1}{120}$
	$\frac{1}{60}$
	$\frac{1}{30}$
	$\frac{1}{10}$
	$\frac{1}{5}$

Petite histoire des fractions

En Égypte

Au IIIe millénaire av. J. C. les égyptiens représentent les fractions de type 1/n en plaçant le symbole de bouche au dessus du dénominateur.



1/3 1/4 1/10 1/100

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Petite histoire des fractions

En Grèce

À partir du V^{e} siècle av J.C.

α 1 ; β 2 ; γ 3 ; δ 4 ; ε 5 ; ς 6 ; ζ 7 ; η 8 ; θ 9

« un demi » s'écrit β′

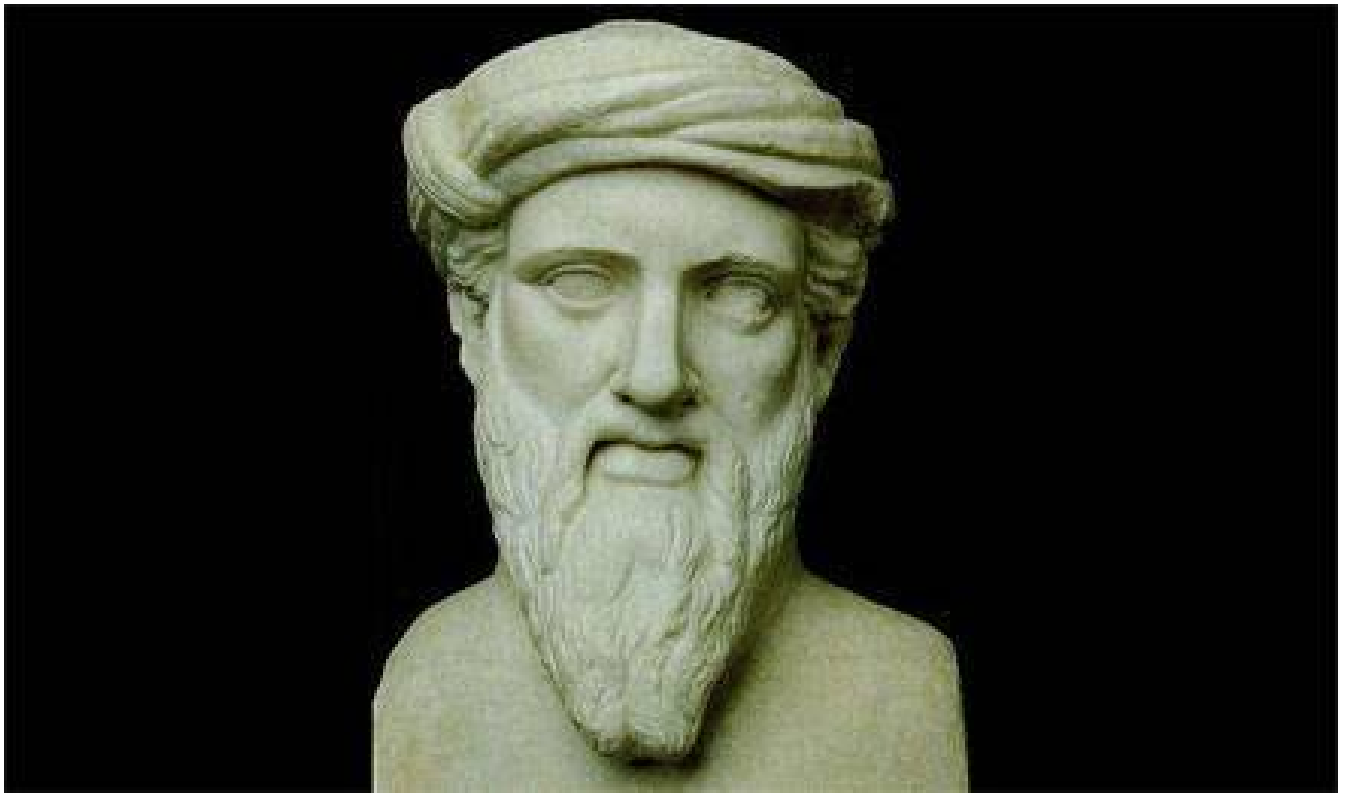
« trois quarts » s'écrit γ′δ″

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Petite histoire des fractions



Pythagore de Samos (-569 ; -475)

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Petite histoire des fractions

En Inde, au Moyen-Orient

- Dénominateur au dessous du numérateur en Inde
- La ligne de fraction chez les arabes

En 1427, Jemshid al Kashi , astronome
- Définition des fractions décimales
- Techniques opératoires
- Tableaux de conversion

de fractions décimales
en fractions sexagésimales

Petite histoire des fractions

En Occident

Dès le XII^{e} siècle, utilisation du mot *fractiones* (*« kasr »* en arabe pour signifier *rompu* ou *fracturé*). Au Moyen Age en Europe, les fractions sont en effet appelées **nombres rompus**.

Au XIVème siècle, le mathématicien français *Nicole Oresme* (1325 ; 1382)

- la notation des fractions avec barre
- définition pour la première fois des termes **«numérateur»** et **« dénominateur»**.

académie Dijon

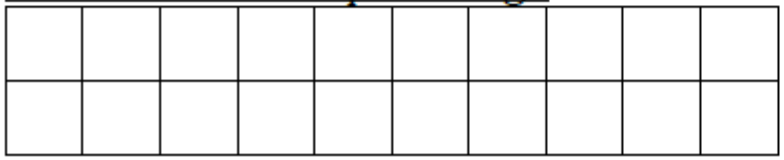
RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

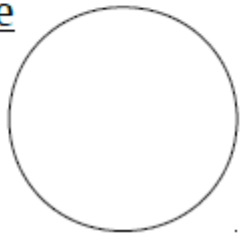
Quizz

Quiz fractions	1e réponse		2e réponse	
	Vrai	Faux	Vrai	Faux
Une fraction est toujours inférieure à 1				
Un nombre entier a au moins une écriture fractionnaire				
Une fraction peut s'encadrer entre deux entiers				
Une fraction décimale est toujours inférieure à 10				
Une fraction unitaire est égale à 1				
Représenter une fraction c'est colorier une part dans un disque				

Colorier 5/10 du quadrillage



Représenter 1/7 du disque



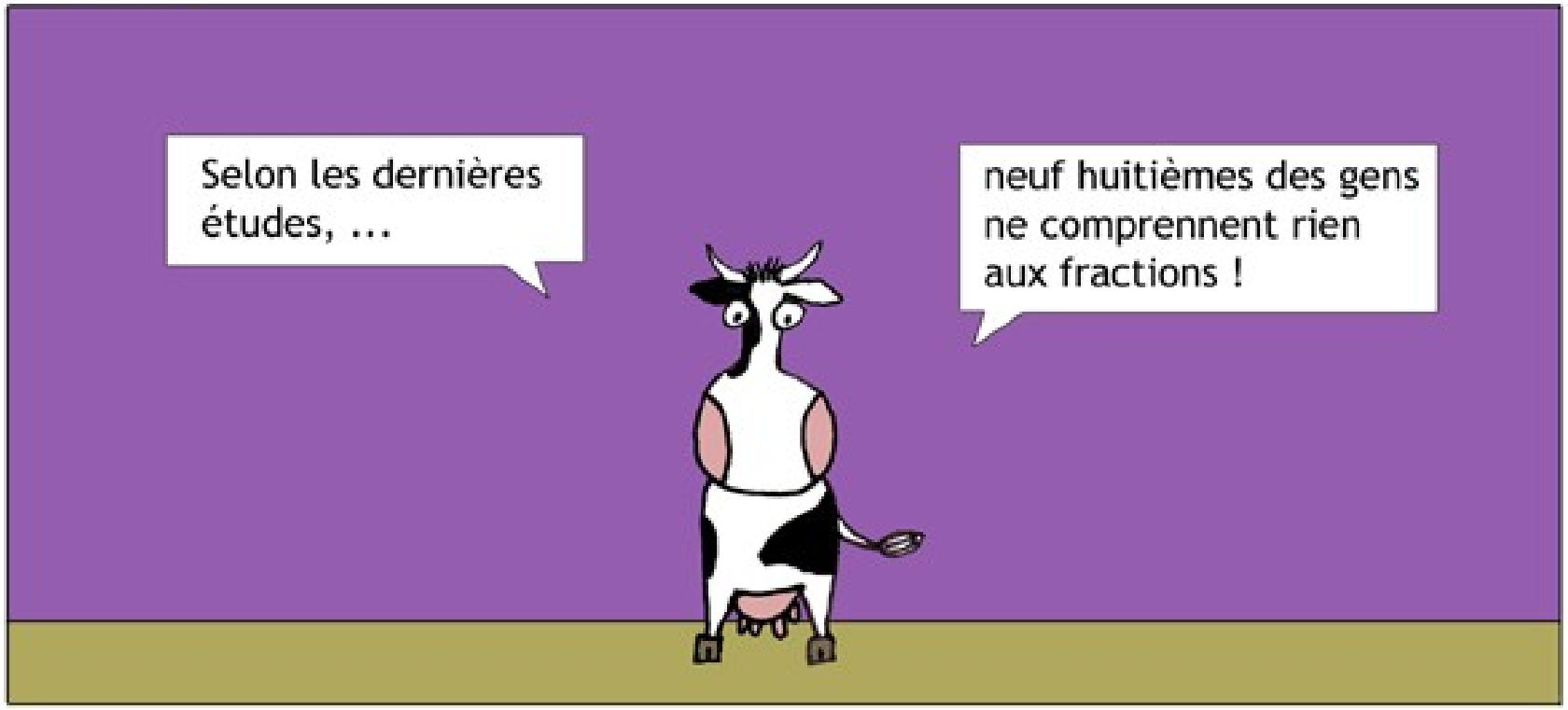
académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Quizz

La vache



académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Jean TOROMANOFF

Université d'Orléans
APMEP

Pourquoi travailler sur les fractions en primaire ?

► **Pour construire la connaissance des décimaux (et c'est tout...)**

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Jean TOROMANOFF

Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

Importance de distinguer
NOMBRE et **ÉCRITURES** de ce nombre

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Jean TOROMANOFF

Combien y-a-t-il de nombres représentés ici ?

72 9 + 5 3,61

$$\frac{2}{3}$$

« Si on ne travaille que sur l'écriture, on ne travaille pas sur le nombre»

Jean TOROMANOFF

Comment aborder les fractions ?

D'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites.

« expliquer aux élèves ce qu'est :
UN tiers, UN sixième, UN vingtième… »
Travailler la fraction UNITAIRE (1/n)

« Un sixième,
c'est quand il en faut SIX pour faire 1 »

Jean TOROMANOFF

C'est quoi $\frac{8}{5}$?

Ce sont <u>des</u> cinquièmes.

Et combien ?
8

Et c'est quoi au fait, un cinquième ?
C'est quand il en faut *cinq* pour faire 1.

Jean TOROMANOFF

Comparer les fractions

$\frac{1}{5}$ c'est quand il en faut 5 pour faire UN,

Alors si j'en ai 4 ça ne suffit pas,
Alors si j'en ai 5 ça suffit,
Alors si j'en ai 7 ça fait plus.

$\frac{4}{5} < 1$ $\frac{5}{5} = 1$ $\frac{7}{5} > 1$

$\frac{1}{5}$ **$\frac{1}{8}$**

Jean TOROMANOFF

Les fractions décimales

Qu'est-ce-qu'un dixième ?
Qu'est-ce-qu'un centième ?

Alors, un dixième,
c'est plus ou moins qu'un centième ?
Et combien de fois plus ?
Dix fois plus, puisque 100 = 10 x 10

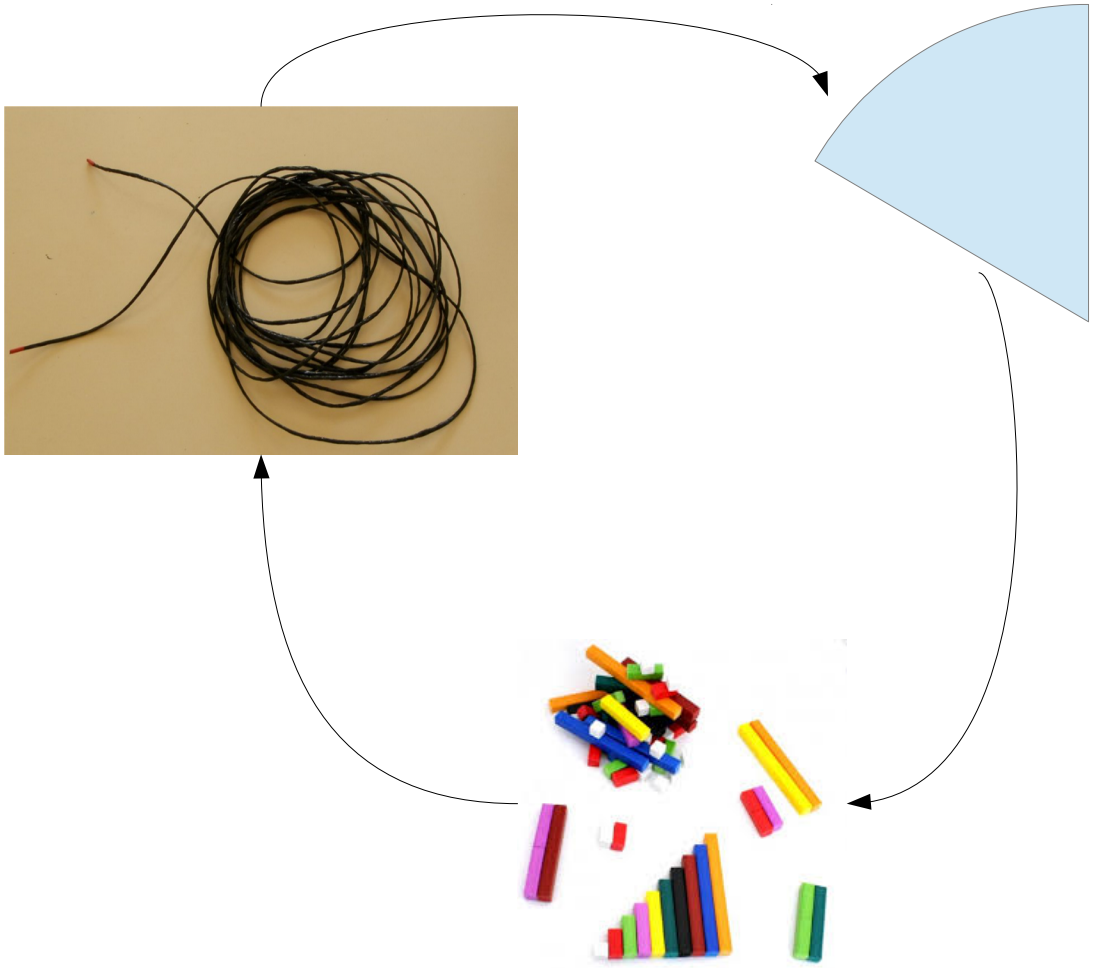
$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

académie Dijon

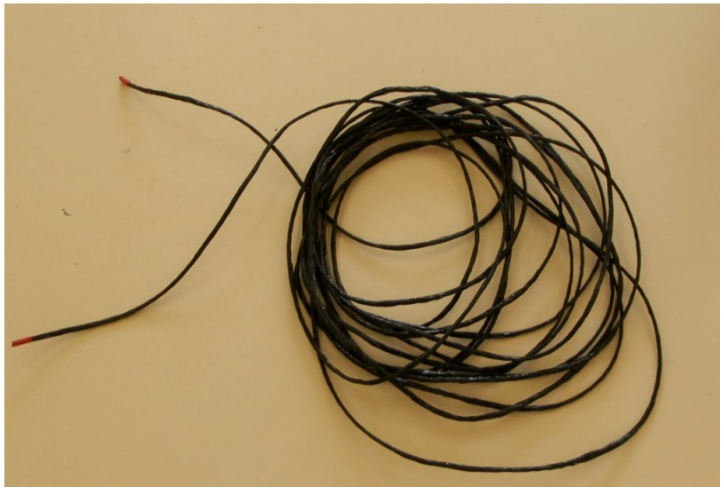
RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Du matériel à manipuler



Manipuler des longueurs



Comment plier une corde :

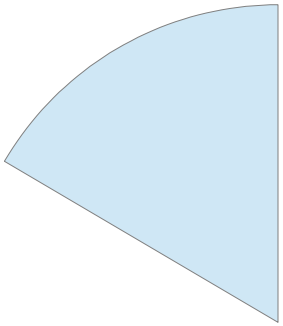
en 2, 3, 4, 5 et 6 ?

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Manipuler des angles



Représenter chaque secteur angulaire par une fraction unitaire de forme 1/n.

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Les réglettes Cuisenaire

La réglette **vert foncé** vaut 3/4 de l'unité, quelle est l'unité ?

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

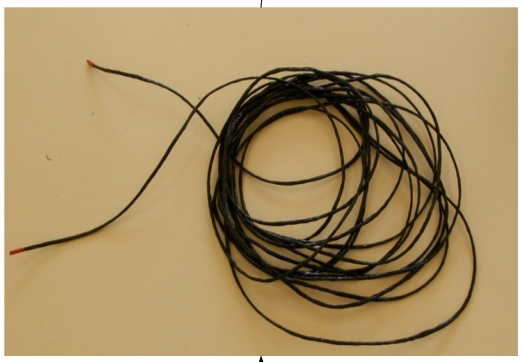
Pause

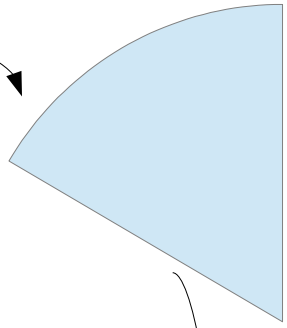
académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Sens de rotation des ateliers





Manipulation

Enjeux des ateliers

- Double intérêt : construction de la fraction et des grandeurs elles-mêmes.
- Travailler les fractions dans plusieurs grandeurs : longueurs, collections, aires.
- Passer de la fraction unitaire à une utilisation des multiples de la fraction jusqu'à une fraction supérieure à 1.
- Comprendre que la fraction unitaire sert de base pour résoudre les problèmes dans lesquels la grandeur dépasse 1.

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Ressources

Éduscol - Fractions et décimaux au cycle 3

éduSCOL CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

NOMBRES ET CALCULS

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, leur première approche de ces notions est essentielle. Elle doit d'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites ; les activités de calcul, décrochées ou en situation, viennent ensuite appuyer cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

Introduction

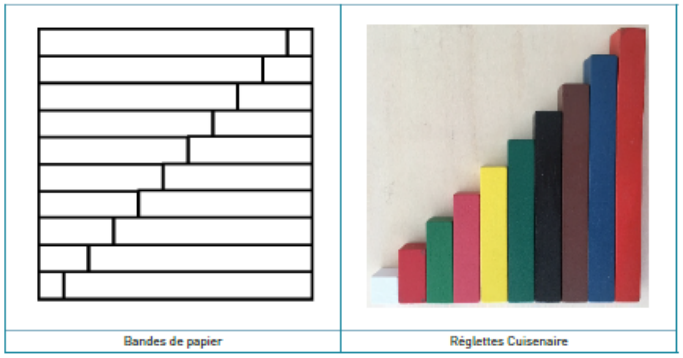
Fractions

Lorsqu'on coupe une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une fraction.

La fraction $\frac{2}{3}$ (lire « deux tiers »), rend compte d'un partage de l'unité en trois parts égales puis de la prise de deux de ces parts.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts (2, 3, 4, ...), et que l'on prend un petit nombre de telles parts, on parle de **fraction simple**[1] : $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{10}$, etc.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un nombre de parts égal à une puissance de 10 (comme 10, 100, 1000, ...), la fraction obtenue est appelée **fraction décimale** : $\frac{3}{10}$, $\frac{547}{100}$, $\frac{3}{1000}$, etc.[2]



Bandes de papier | Réglettes Cuisenaire

Ce matériel (parmi d'autres) permet, en définissant une unité parmi les réglettes, de travailler et d'entretenir la notion de fraction simple.

1er exemple

L'unité est définie comme étant la longueur de la réglette orange. On demande aux élèves de trouver la longueur des réglettes jaunes, rouges et blanches.

Pour trouver la longueur de la réglette rouge, l'élève regarde combien de réglettes rouges sont nécessaires pour reconstituer l'unité : il faut 5 réglettes rouges pour obtenir une unité ; l'unité est donc partagée en cinq parts égales, et une réglette rouge représente une de ces parts. Chaque réglette rouge vaut donc un cinquième de l'unité.

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

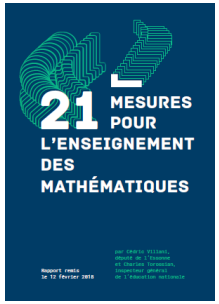
Les textes

BO LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

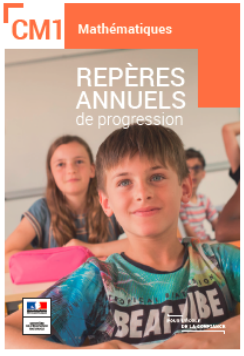
Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018

Cycle 3

Rapport Villani-Torossian



Repères annuels de progression



académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Points de vigilance

Manipuler

Verbaliser

Abstraire

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Points de vigilance

Varier les supports, le matériel

Travailler avec différentes unités de référence

Varier les représentations

académie Dijon

RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Progression pour l'enseignement des fractions

Les fractions sont introduites pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, et ce le plus tôt possible.

- Commencer par les fractions unitaires (1/3, 1/4, etc.)
- Les comparer (1/4 avec 1/5)
- Introduire les fractions non unitaires (3/5, 4/6, etc.)
- Les comparer (2/3 avec 5/4, mais pas 6/9 avec 5/8)
- Introduire les fractions décimales (1/10, 1/100)
- Calculer sur les fractions (5/4 + 3/4)

Merci de votre attention.