Petit précis de géométrie et d'arithmétique

Quelques principes préliminaires

Si l'on s'intéresse à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, au collège et au lycée, la théorie qui sous-tend les notions mathématiques exposées par le professeur est le plus souvent hors de portée des élèves. Le professeur est donc régulièrement conduit à utiliser et faire utiliser des notions dont les fondements ne sont pas complètement explicités. Ce n'est pas gênant sous certaines conditions et d'ailleurs conforme à l'histoire. Les mathématiciens ont en effet par le passé (au XVIIIe siècle en particulier) utilisé de nombreuses notions d'analyse (calcul différentiel, théorie des séries notamment) sans que leurs principes fondateurs n'aient encore été découverts.

Cela étant, dans le cadre de l'école, du collège ou du lycée, trois principes doivent être explicités afin d'assurer la cohérence de l'enseignement dispensé, au sein des mathématiques elles mêmes et dans une perspective de liaison inter-cycles. Il existe en effet de nombreux « fils rouges » dans les programmes et au contraire d'autres disciplines, les programmes de mathématiques ne sont pas constitués de chapitres juxtaposés, mais au contraire imbriqués et complémentaires. Le fait de rencontrer une même notion sous un jour algébrique puis géométrique est d'ailleurs un moyen de mieux en comprendre le sens et pour chacun de construire des processus d'apprentissage et de mémorisation.

Premier principe : Même si la théorie sous-jacente à une notion mathématique d'un programme donné est hors de portée des élèves, elle doit être connue du professeur, la pertinence des processus didactiques mis en œuvre avec les élèves est directement dépendante de cette connaissance.

Exemple : Si l'on se réfère aux nombres entiers, l'égalité $12 = 3 \times 4$ signifie bien que 4 est le résultat de la division de 12 par 3, en revanche, il n'existe pas d'entier a tel que $13 = 3 \times a$. Simplement peut-on écrire que $13 = 3 \times 4 + 1$, c'est la division *euclidienne*. Si l'on veut trouver un nombre nouveau tel que $13 = 3 \times a$, ce nombre n'est pas entier, il ne peut pas être le résultat d'une division et nécessite de construire l'ensemble des rationnels. Dans l'exemple précédent, le rationnel cherché s'écrit par convention $\frac{13}{3}$, c'est le nombre qui, multiplié par 3 donne 13, il peut être construit géométriquement, on peut en trouver une valeur approchée par l'algorithme de la division dite décimale, mais ce nombre ne s'identifie à aucune valeur décimale donnée par cette division. Il est donc essentiel que les deux notions : division euclidienne et division décimale ne soient pas confondues, et par voie de conséquence les notions de valeur exacte et valeur approchée. (*Voir l'article « le calcul au collège » sur le site de l'IGEN : igmaths.net*).

Deuxième principe : Une spécificité essentielle des mathématiques est la valeur éternelle d'un théorème quand il est démontré, mais cette démonstration ne peut résulter de la simple expérimentation.

Bien entendu, l'expérimentation est au cœur des apprentissages en mathématiques, il est tout à fait légitime, par exemple dès l'école, de faire remarquer, découpage à l'appui que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°, mais si des précautions ne sont pas prises pour relativiser la valeur démonstrative de cette activité, la découverte de la preuve argumentée en cinquième ne sera guère convaincante. Il est donc important de bien préciser le statut des propriétés découvertes.

Troisième principe : Un objet mathématique (géométrique ou numérique) possède une définition qui ne doit pas être confondue avec ses propriétés. Lorsqu'une définition est donnée, elle est immuable, en revanche les propriétés sont découvertes et enrichies au fil des années.

> Une des causes des difficultés rencontrées par les élèves est la modification au fil des années et notamment lors des changements de cycles, des définitions données pour un même objet mathématique. Par exemple il n'est pas rare de définir le parallélogramme à l'école et en sixième comme un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles (ce qui est d'ailleurs conforme à l'étymologie du mot) et en cinquième comme un quadrilatère ayant un centre de symétrie.

L'objectif de ces pages est de rappeler quelques fondements théoriques simples et de donner quelques définitions des objets mathématiques introduits et utilisés à l'école et au collège. Tout le travail du professeur est ensuite, pour chacun de ces objets, d'imaginer des processus didactiques d'apprentissage adaptés aux élèves, mais en cohérence avec les principes précédemment énoncés. Ce qui suit s'adresse bien entendu aux professeurs et non aux élèves.

Première partie : Éléments de géométrie.

L'univers géométrique de l'enseignement primaire et secondaire est celui de la géométrie affine euclidienne c'est-à-dire la géométrie des droites et des distances, on note $\mathcal{E}$ cet univers géométrique qui peut-être de dimension 1, 2 ou 3 (les enfants sont familiers de l'expression 3D qui envahit les jeux informatiques). Afin de faire preuve d'un minimum de rigueur, il est impossible de faire abstraction de la structure vectorielle associée, on la notera $\vec{E}$.

> Rappel :
> $\mathcal{E}$ est constitué de points notés. A, B, etc… $\vec{E}$ est constitué de vecteurs notés $\vec{u}, \vec{v}$, etc. A tout bipoint (A,B), est associé un vecteur $\vec{u}$ noté $\overrightarrow{AB}$. (A,B) est appelé représentant du vecteur $\vec{u}$, deux représentants distincts sont liés par la règle du parallélogramme éventuellement aplati c'est-à-dire $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à dire que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme. On peut ajouter des vecteurs grâce à la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, on peut les multiplier par un nombre réel.
> *Ces notions sont désormais enseignées en classe de seconde mais sont omniprésentes en filigrane auparavant.*

1°) Les bases :

Nom	Définition	Notation
Point	Élément de base de la géométrie	A, B, A', …
Droite	Une droite est définie à partir d'un point A et d'un vecteur $\vec{u}$ ou à partir de deux points distincts A et B. C'est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} = k\vec{u}$ ou $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, k est un nombre réel quelconque	(AB), (d), $\mathcal{D}$, (Δ)…
Demi droite	On se limite, dans la définition précédente à $k \geq 0$ ou $k \leq 0$. A est l'origine de la demi droite	[AB) si $k \geq 0$
Segment	On se limite, dans la définition précédente à $0 \leq k \leq 1$ A est l'origine du segment, B son extrémité	[AB]
Ligne brisée	Ensemble constitué d'un nombre fini de segments l'extrémité de l'un étant l'origine du suivant	$A_1A_2...A_n$

<table>
<tr><th>Nom</th><th colspan="2">Définition</th><th>Notation</th></tr>
<tr><td>Angle</td><td colspan="2">Deux demi droites [OA) et [OB) de même origine O définissent deux angles l’un saillant, l’autre rentrant.
Dans la pratique on se limitera à l’angle saillant.

C’est une notion mathématiquement difficile qu’il ne convient pas de développer ici.</td><td>$\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$</td></tr>
<tr><td>Mesures</td><td colspan="2">Valeur numérique associée à une grandeur géométrique. Elle s’exprime à l’aide d’une unité parfois sous-entendue.</td><td></td></tr>
<tr><td>Longueur</td><td colspan="2">La longueur d’un segment [AB] est la distance de son origine A à son extrémité B.</td><td>AB</td></tr>
<tr><td>Degré</td><td colspan="2">Unité de mesure des angles.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Angles particuliers</td><td>Angle droit</td><td>Angle dont la mesure est 90°</td><td rowspan="3">On confond dans la pratique l’angle et sa mesure, on notera par exemple abusivement $\widehat{AOB}=30°$</td></tr>
<tr><td>Angle aigu</td><td>Angle dont la mesure est inférieure à 90°</td></tr>
<tr><td>Angle obtus</td><td>Angle dont la mesure est supérieure à 90°</td></tr>
<tr><td>Milieu</td><td colspan="2">Le milieu d’un segment [AB] est le point I de ce segment tel que AI=IB.</td><td></td></tr>
<tr><td>Cercle
Rayon,
Centre</td><td colspan="2">Le cercle de centre O et de rayon r est l’ensemble des points M du plan tels que OM=r.
r est le rayon du cercle, en revanche [OM] est un rayon du cercle. Le mot « rayon » a donc deux sens que l’on retrouve aussi dans le cadre de la sphère.</td><td>$\mathscr{C}$, $\mathscr{C}$’</td></tr>
<tr><td>Corde
Diamètre</td><td colspan="2">Si A et B sont deux points d’un cercle $\mathscr{C}$, le segment [AB] est appelé corde. Un diamètre est une corde qui contient le centre du cercle. Comme plus haut, le diamètre du cercle est un nombre égal à 2r.</td><td></td></tr>
<tr><td>Disque</td><td colspan="2">Le disque de centre O et de rayon r est l’ensemble des points M du plan tels que $OM \le r$.</td><td>$\mathscr{D}$</td></tr>
<tr><td>Périmètre</td><td colspan="2">C’est la longueur d’une ligne brisée ou d’une courbe fermée.
ex : le périmètre d’un cercle est $2\pi r$</td><td></td></tr>
<tr><td>Surface</td><td colspan="2">C’est un ensemble de points du plan, cette notion impossible à définir intrinsèquement ne doit pas être confondue avec la notion d’aire.

exemple : surface plane, cylindrique, sphérique…</td><td></td></tr>
<tr><td>Aire</td><td colspan="2">Mesure d’une surface
exemple : aire d’un disque (πr^2) ou par extension aire d’un triangle ou d’un quadrilatère
En fait on veut dire aire du domaine plan limité par un triangle ou un quadrilatère</td><td></td></tr>
<tr><td>Volume</td><td colspan="2">Mesure d’une partie bornée de l’espace.
ex : volume d’un cylindre, d’une boule…</td><td></td></tr>
</table>

2°) Polygones et polyèdres.

Nom	Définition	Notation
Polygone, Sommets Côtés Diagonales	Un polygone à n **côtés** est une ligne brisée fermée $A_1A_2...A_{n+1}$ où $A_{n+1}=A_1$. Les points $A_1, A_2,\ldots,A_{n+1}$ sont les **sommets** du polygone, les segments constitués de deux sommets successifs sont les **côtés** du polygone, les segments constitués de deux sommets non consécutifs sont des **diagonales**.	
Triangle	Polygone à 3 côtés	ABC
Quadrilatère	Polygone à 4 côtés	
Avec plus de côtés :	pentagone (5), hexagone (6), heptagone (7), octogone (8), ennea-gone (9), décagone (10), hendécagone (11), dodécagone (12)…	
Polyèdres	Un polyèdre est une figure fermée de l'espace constituée d'un nombre fini de polygones (les faces) ayant leurs côtés deux à deux en commun. Les côtés des polygones sont les arêtes du polyèdre, les sommets des polygones sont les sommets du polyèdre. Note : Il n'existe que 5 polyèdres réguliers appelés solides de Platon : le tétraèdre (4 faces) , le cube (6 faces), l'octaèdre (8 faces), le dodécaèdre (12 faces) et l'icosaèdre (20 faces). Ils sont duaux puisque le polyèdre dont les sommets sont les centres de gravité des faces est aussi un solide de Platon : le tétraèdre est autodual, le dual du cube est un octaèdre, celui du dodécagone est un icosaèdre.	

3°) Droites particulières

Nom	Définition	Notation
Droites parallè-les	Ce sont deux droites distinctes dont les vecteurs directeurs sont colinéaires. Ce sont deux droites distinctes qui ne sont pas sécantes	
Droites perpen-diculaires	Ce sont deux droites dont les vecteurs directeurs sont ortho-gonaux. Ce sont deux droites qui se coupent selon quatre angles droits.	
Médiane	Dans un triangle, une médiane est une droite qui contient un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.	
Médiatrice d'un segment	La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.	
Hauteur	Le terme a aussi, comme rayon ou diamètre, plusieurs sens : 1°) Dans un triangle, une hauteur est une droite issue d'un sommet et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet. 2°) Dans un triangle, la hauteur représente aussi la distance d'un sommet à la droite contenant le côté opposé au som-met. 3°) Dans un tétraèdre la hauteur représente aussi la distance d'un sommet au plan contenant la face opposée au sommet.	

3°) Polygones particuliers

Nom	Définition		Notation
Triangles particuliers	Isocèle	Triangle qui possède deux côtés de même longueur	
	Rectangle	Triangle ayant un angle droit	
	Équilatéral	Triangle ayant trois côtés de même longueur	
Quadrilatères particuliers	Trapèze	Quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles	
	Parallélogramme	Quadrilatère ayant ses côtés opposés deux à deux parallèles.	
	Rectangle	Quadrilatère ayant quatre angles droits.	
	Losange	Quadrilatère ayant ses quatre côtés de la même longueur	
	Carré	Quadrilatère ayant quatre angles droits et quatre côtés de la même longueur.	

Deuxième partie : quelques éléments d'arithmétique et de calcul.

L'histoire des nombres est complexe et imbriquée, elle associe souvent analyse, algèbre et arithmétique, elle s'est développée depuis au moins cinq millénaires. Les civilisations, de l'Antiquité à nos jours, ont souvent manipulé les nombres sans en connaître le statut précis et ont imaginé des systèmes de notation qui ne sont devenus opératoires qu'avec le système actuel directement dépendant de l'invention du « zéro » au 9^e siècle.

1°) Les nombres aujourd'hui.

a) Les entiers naturels. Ensemble **N**.

Utilisés depuis toujours, leur existence est postulée par les axiomes de Giuseppe Péano (1858-1932). Il s'agit d'une suite infinie ayant un premier élément 0, pour laquelle chaque élément autre que 0 possède un prédécesseur et un suivant uniques et où le principe de récurrence est valide.
L'écriture des entiers nécessite le choix d'un alphabet constitué d'une suite finie de chiffres, le nombre de chiffres étant la **base de numération**. Bien entendu, le système décimal est bien connu (dix chiffres notés 0,1,…,9) mais les programmes informatiques travaillent en système binaire ou hexadécimal (seize chiffres), les Babyloniens utilisaient un système sexagésimal, l'actuel comptage des heures et des degrés en sont des stigmates.
Deux opérations sont définies partout dans **N**, l'addition et la multiplication. En d'autres termes, si m et n sont deux entiers naturels, nous savons définir les entiers naturels $s=m+n$ et $p=m\times n$. Dans la première écriture, n désigne le nombre que l'on doit ajouter à m pour obtenir s, on le note $s-m$, l'opération ainsi définie est appelée soustraction. Dans la seconde écriture, n désigne le nombre par lequel on doit multiplier m pour obtenir p, l'opération ainsi définie est appelée division. Ces opérations réciproques : soustraction et division ne sont pas partout définies dans **N**, pour soustraire deux nombres il faut que le premier soit plus grand que le second, pour diviser deux nombres, il faut que le premier soit un multiple du second. *On voit bien dans ce cadre l'importance des tables d'addition et de multiplication*.

b) Les entiers relatifs. Ensemble **Z**.

Il s'agit en fait de « *symétriser* » **N** en associant à chaque entier naturel un « *opposé* ». De ce fait, soustraire deux entiers relatifs équivaut à ajouter au premier l'opposé du second. La soustraction n'a donc plus de spécificité propre.

Comment cet ensemble Z est-il construit ?

On s'intéresse aux couples d'entiers naturels (m,n) et on les regroupe en «classes ». Deux couples (m,n) et (m',n') sont dans la même classe si $n+m'=n'+m$, par exemple (3,7) et (8,12) ou encore (0,3) et (45,48) ou (7,2) et (43, 38) etc… Cela signifie tout simplement que « *l'écart* » entre les deux termes du couple est le même. C'est cet écart qui est appelé « **entier relatif** ». Un tel nombre est donc voisin de la translation ou du vecteur. Dans la vie courante il s'exprime dans des expressions du type « *j'ai perdu 5€* » ou « *je descends de trois étages* » ou « *j'avance de deux pas* ».

Le relatif associé à tous les couples du type (3,7) est noté (+3). Le relatif associé à tous les couples du type (7,2) sera noté ($-$5). Les relatifs peuvent ainsi être représentés facilement sur une droite graduée.

Remarques :

- Les relatifs sont enseignés en classe de cinquième et présentés le plus souvent selon deux modèles : celui des températures ou celui de l'ascenseur. Le modèle des températures semble au départ le plus simple mais s'avère complexe lorsqu'il s'agit d'ajouter les relatifs : comment ajouter (+5) et ($-$7) ? En revanche, le modèle de l'ascenseur est cohérent avec la théorie et de ce fait plus accessible. C'est une bonne illustration du premier principe.

- Le symbole (+3) est loin de se résumer à un signe et un nombre, il représente toute une famille de couples dont le plus simple est (0,3) qu'il est aisé d'identifier au naturel 3. Cela étant, il y a là un saut didactique complexe et il est nécessaire de ne pas aller trop vite dans les simplifications d'écritures au risque de provoquer des incompréhensions durables.

c) Les rationnels. Ensemble **Q**.

La démarche est la même que la précédente, un plan semblable met cette singularité en lumière

Il s'agit en fait de « *d'inverser* » **Z -{0}** en associant à chaque entier relatif non nul *un « inverse* ». De ce fait, diviser deux rationnels équivaut à multiplier le premier par l'inverse du second. La division n'a donc plus de spécificité propre dans **Q**.

Comment cet ensemble Q est-il construit ?

On s'intéresse aux couples d'entiers relatifs (m,n) et on les regroupe en «classes ». Deux couples (m,n) et (m',n') sont dans la même classe si $n\times m'=n'\times m$, par exemple (3,7) et (6,14) ou encore (1,3) et (5,15) ou (7,2) et (35, 10) etc… Cela signifie tout simplement que les deux couples sont proportionnels, c'est le fameux produit en croix qui n'est pas une propriété des rationnels mais le critère de leur conception. Le rationnel associé à tous les couples du type (3,7) est noté $\frac{3}{7}$. C'est une **notation** et non le résultat d'une division.

La multiplication est définie dans **Q** de manière naturelle $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ (1).

Attention :

- rappelons bien que $\frac{a}{b}$ représente tous les couples (a',b') tels que $ba'=ab'$.
- Dans l'expression (1) le signe $\times$ du membre de gauche est une opération nouvelle sur **Q**, ceux du membre de droite représentent la multiplication connue dans **Z**.

- On remarque que $\frac{a}{1} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{a} = \frac{b}{1}$. Sachant qu'il est naturel d'identifier l'entier relatif *a* au rationnel $\frac{a}{1}$, on voit bien que le rationnel $\frac{b}{a}$ est le nombre par lequel on doit multiplier *a* pour obtenir *b*.

d) Les réels et les complexes.

Les rationnels ne sont pas assez nombreux pour représenter tous les nombres, pourtant les points dont ils sont les abscisses semblent recouvrir toute la droite étant donné qu'entre deux de ces points il en existe un troisième (celui dont l'abscisse est la demi somme) donc une infinité. Il est toutefois aisé de prouver (dès la classe de troisième) qu'il n'existe aucun rationnel dont le carré soit égal à 2. C'est assez frustrant d'autant que ce nombre n'est autre que la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1. La construction de l'ensemble **R** des nombres réels pallie ce déficit. Cette construction, due à Dedekind (par les coupures) ou à Cantor (suites de Cauchy de **Q**) à la toute fin du 19^{e} siècle est très complexe, allie algèbre et analyse et n'est pas abordable ici. Cette fois toute la droite est recouverte, mais il n'existe aucun réel dont le carré soit négatif d'où la construction (très simple cette fois) de l'ensemble **C** des nombres complexes. Le théorème fondamental de l'algèbre ou de d'Alembert affirme que toute équation de degré *n* admet dans **C** *n* solutions distinctes ou confondues. Ainsi, la quête des nombres est achevée.

3°)Le poids de l'histoire.

Au cours de l'histoire, la découverte des nombres ne suit pas cette logique de l'extension successive de l'ensemble des naturels. Les Babyloniens connaissaient déjà le théorème appelé bien plus tard « de Pythagore » et avaient mis au point un algorithme appelé « algorithme de Babylone » pour déterminer avec une précision d'une extrême rapidité, des valeurs approchées de $\sqrt{2}$ notamment. Les Egyptiens utilisaient les fractions dites «égyptiennes » que sont les inverses des entiers naturels. Pour les Grecs, n'avaient le statut de nombre que les grandeurs susceptibles d'être construites à la règle et au compas. L'impossibilité de construire l'arête d'un cube de volume 2 (problème dit de la duplication du cube) a plongé l'école grecque dans des abîmes de perplexité, la question des nombres constructibles ou non, n'a guère été entièrement résolue qu'à la suite des travaux de Galois vers 1830. Quant aux nombres relatifs ils ne sont apparus qu'à la Renaissance en même temps que les nombres complexes (Cardan , Bombelli…)° et n'ont trouvé droit de cité dans le monde mathématique qu'après que Descartes en eut donné, plus tard, une interprétation géométrique via la géométrie analytique.

4°) Les valeurs approchées.

Le problème se pose pour la première fois au sujet des rationnels et dépend directement de la base de numération choisie. Quelle que soit cette base, les entiers ont une écriture exacte (même très longue). Ce n'est pas toujours le cas pour les rationnels. Prenons deux exemples :

- en numération décimale, le nombre $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 2 \times \frac{1}{10}$ s'écrit par définition 0,2 donc avec un nombre fini de décimales. Il en est de même de tous les rationnels irréductibles dont le dénominateur est de la forme $2^{\alpha} \times 5^{\beta}$. En revanche $\frac{1}{3}$ n'a pas de développement décimal fini.
- En numération sexagésimale (base 60), $\frac{1}{5} = \frac{12}{60} = 12 \times \frac{1}{60}$ s'écrit 0,(12) donc avec un nombre fini de décimales. Il en est de même de tous les rationnels irréductibles dont le

dénominateur est de la forme $2^{\alpha}\times 3^{\gamma}\times 5^{\beta}$. Dans ce système $\frac{1}{3}=0,(20)$ est un « *décimal* ». En revanche $\frac{1}{7}$ n'est pas un décimal dans aucun des deux systèmes. On voit quand même que la base 60 permet d'avoir plus de décimaux que la base 10.

En tout état de cause, quelle que soit la base choisie, il y aura des rationnels « *décimaux* » et des rationnels « *non décimaux* » donc la question des valeurs approchées se pose. En outre, quelle que soit la base choisie, aucun irrationnel n'a d'écriture décimale exacte.

La recherche des décimales relève de la conception d'algorithmes, le plus simple, pour les rationnels non décimaux est celui de la division dite « décimale », il existe maints algorithmes d'approche des irrationnels, celui de Babylone est très rapide, il n'en n'est pas de même pour les premiers algorithmes d'approche de π par exemple.

3°)Pour terminer, un peu de vocabulaire.

Nom	Définition	
Vocabulaire de l'addition *m* et *n* sont deux nombres réels	$s=m+n$	+ est le symbole de l'addition *s* est la **somme** des nombres *m* et *n* *m* et *n* sont les **termes** de la somme
Vocabulaire de la soustraction *m* et *n* sont deux nombres réels	$d=m-n$	− est le symbole de la soustraction *d* est la **différence** des nombres *m* et *n* *m* et *n* sont les **termes** de la différence
Vocabulaire de la multiplication *m* et *n* sont deux nombres réels	$p=m\times n$	× est le symbole de la multiplication *p* est le **produit** des nombres *m* et *n* *m* et *n* sont les **facteurs** du produit
Vocabulaire de la division euclidienne *a* et *b* sont deux nombres **entiers**	$a=b\times q+r$ $0\leq r<b$	*a* est le **dividende,** *b* est le **diviseur**, *q* est le **quotient**, *r* est le **reste**.
Multiples et diviseurs. *a*, *b* sont deux nombres **entiers**	*b* est un **diviseur** de *a* si le reste de la division euclidienne de *a* par *b* est nul, c'est-à-dire s'il existe un nombre entier *q* tel que $a=b\times q$. *a* est un **multiple** de *b* si le reste de la division euclidienne de *a* par *b* est nul, c'est-à-dire s'il existe un nombre entier *q* tel que $a=b\times q$. *Remarque : un nombre est premier s'il n'a que deux diviseurs 1 et lui-même. La liste des nombres premiers est infinie, son étude est toujours l'objet de recherches très complexes, les enjeux liés à la cryptographie sont considérables.*	
Multiples particuliers. *a* est un nombre réel	**Double** : $a+a$ ou $2\times a$ **Triple :** $a+a+a$ ou $3\times a$ Les préfixes habituels donnent le nombre d'itérations quadruple, quintuple, décuple, centuple.	
Vocabulaire des rationnels appelés aussi « *fractions* ». *a* et *b* sont deux entiers	On pose $t=\frac{a}{b}$	*a* est le **numérateur** *b* est le **dénominateur** *Remarque :on dit que la fraction est irréductible si a et b sont des nombres premiers entre eux c'est-à-dire ayant 1 comme seul diviseur commun.*

<table>
<tr><th>Nom</th><th colspan="2">Définition</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Fractions particu-
lières.</td><td>Fractions égyptiennes</td><td>Fractions dont le numérateur est égal à 1.
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, etc.
Multipliées par un nombre a, elle permettent d'en obtenir la moitié, le tiers, le quart, le dixième, le centième…
Remarque : dans le langage courant, ces notions re-pose sur l'idée de partage (fraction). Ces notions sont à relier avec leurs inverses : double, triple etc.</td></tr>
<tr><td>Fractions décimales</td><td>Fractions irréductibles dont le dénominateur s'écrit sous la forme $2^{\alpha} \times 5^{\beta}$. Elle ont toutes un développement décimal fini.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Vocabulaire des valeurs appro-chées. a est un nombre réel.</td><td>Valeur approchée ou ordre de grandeur</td><td>Notion très subjective mais fort utile pour appré-hender la justesse probable d'un calcul.</td></tr>
<tr><td>Troncature à 10^{-n}</td><td>On ne retient que les n premières décimales de a.
Ex : 3,1415 est la troncature au dix-millième (10^{-4}) de π.</td></tr>
<tr><td>Arrondi à 10^{-n}</td><td>On ne retient que les $n-1$ premières décimales de a, la $n^{\text{ième}}$ étant inchangée si la $n+1^{\text{ième}}$ est infé-rieure à 5 et majorée de 1 dans le cas contraire.
Ex : 3,1416 est l'arrondi au dix-millième (10^{-4}) de π car $\pi = 3{,}14159...$.
2,41 est l'arrondi au centième de a=2,41235648, 2,4124 est l'arrondi de a au dix millième.</td></tr>
<tr><td>Encadrement</td><td>Encadrer a, c'est définir deux nombres b et c tels que $b \le a \le c$.
Dans la pratique élémentaire, on choisit plutôt deux nombres décimaux de même rang :
Ex : $3{,}14 \le \pi \le 3{,}15$ est un encadrement de π d'amplitude 10^{-2}.</td></tr>
</table>